EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

***Varianta* ….013**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze numărul complex $i+i^2+\ldots+i^8$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\cos 0^\circ+\sin 0^\circ$.

(4p) **c)** Să se calculeze perimetrul triunghiului cu vârfurile în punctele $A(-1,1), B(0,1)$ și $C(0,-1)$.

(4p) **d)** Dacă $\vec{u}=-2\vec{i}+\vec{j}, \vec{v}=-\vec{i}+3\vec{j}$ să se calculeze $-2\vec{u}+\vec{v}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $2a+b$ astfel încât $ax+by+c=0$ să reprezinte ecuația dreptei care trece prin punctele $A(2,3)$ și $B(6,5)$.

(2p) **f)** Să se calculeze distanța dintre punctele $B(0,1)$ și $C(0,-1)$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine valorile reale ale lui x pentru care $\sqrt{5-x}\in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se rezolve inecuația $9-x^2\geq 0$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se rezolve ecuația $C_n^0+C_n^1-1=48$, $n\geq 1, n\in\mathbf{N}$.

(3p) **d)** Să se determine probabilitatea ca un element din mulțimea $\{0,1,2,3,4,5\}$ să fie soluție a ecuației $3^{x^2-4x+3}=27$.

(3p) **e)** Să se arate că mulțimea $M=(2,\infty)$ este parte stabilă a lui **R**, în raport cu legea $x\circ y=xy-2x-2y+6, \forall x,y\in\mathbf{R}$.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbf{R},\ f(x)=\ln(x+1)$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x), \forall x\in(-1,+\infty)$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

(3p) **c)** Să se arate că funcția f este crescătoare pe $(-1,+\infty)$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}(2x\cdot f'(x))$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_1^2 f'(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră polinomul $f = 2X^2 + 2X + 3$ şi $x_1, x_2 \in \mathbf{C}$ rădăcinile sale.

(4p) **a)** Să se calculeze $x_1 + x_2$ şi $x_1 \cdot x_2$.

(4p) **b)** Să se calculeze expresia $f(x) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{2}$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \geq \frac{5}{2}, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se determine valoarea parametrului real *a* astfel încât $f = a(X - x_1)(X - x_2)$.

(2p) **e)** Să se calculeze valoarea expresiei $2(2 - x_1)(2 - x_2)$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},\ \forall n \in \mathbf{N}^*.$$

(2p) **g)** Să se calculeze $f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(n),\ n \in \mathbf{N}^*$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f(x) = e^x - x - 1,\ g(x) = f'(x)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se arate că funcția *f* este crescătoare pe $[0, \infty)$

(4p) **c)** Să se arate că $g'(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se demonstreze că $e^x \geq x + 1, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se rezolve ecuația $f(x) + 2f'(x) + g'(x) = 4e^3 - x - 3,\ x \in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{2e^{2x}}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_{-1}^{1} \frac{g(x) - e^x}{x^2 + 1} dx$.